$\Rightarrow g = t_{\vec{u}} \circ S_{\Delta_1} = S_{\Delta_1} \circ t_{\vec{u}}$.

$g(A)=C \Rightarrow O = A * C \in \Delta_1$

$g(O) = E \Leftrightarrow (t_{\vec{u}} \circ S_{\Delta_1})(O) = E$

$\Leftrightarrow t_{\vec{u}}(O) = E \Leftrightarrow \vec{u} = \overrightarrow{OE}$.

Comme $\vec{u} = \overrightarrow{OE}$ est un vecteur directeur de Δ_1 alors g est la symétrie glissante d'axe (OE) et de vecteur $\overrightarrow{OE}$.

3/a- g est un antidéplacement

$\Rightarrow$ g est une similitude indirecte de rapport 1.

aussi h est une similitude directe de rapport $\frac{1}{2}$.

$\Rightarrow \varphi = h \circ g$ est une similitude indirecte de rapport $\frac{1}{2}$.

b- φ est une similitude indirecte de rapport $\frac{1}{2}$. Désignons par Ω' sont centre et Δ' son axe.

$\Rightarrow \varphi = h_{(\Omega',\frac{1}{2})} \circ S_{\Delta'} = S_{\Delta'} \circ h_{(\Omega',\frac{1}{2})}$.

Par suite $\varphi \circ \varphi = \left(h_{(\Omega',\frac{1}{2})} \circ S_{\Delta'}\right) \circ \left(S_{\Delta'} \circ h_{(\Omega',\frac{1}{2})}\right)$

$= h_{(\Omega',\frac{1}{2})} \circ h_{(\Omega',\frac{1}{2})}$ car $S_{\Delta'} \circ S_{\Delta'} = Id_P$

$= h_{(\Omega',\frac{1}{4})}$.

c- $\boxdot$ $O=A * C \Leftrightarrow \overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \underline{h(C) = O}$.

$\oplus$ On a déja démontrer dans **I/1/c-**, que ABCD est un parallélogramme de centre I

$\Rightarrow I = A * E \Leftrightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE} \Leftrightarrow \underline{h(E) = I}$.

$\boxminus$ $(\varphi \circ \varphi)(A) = \varphi[h \circ g(A)]$

$= \varphi[h(C)]$ car $g(A) = C$

$= \varphi[O] = h \circ g(O)$ car $h(C) = O$

$= h(E) = I$ car $g(O) = E$ et $h(E) = I$

Ainsi $(\varphi \circ \varphi)(A) = I$.

d- d'après I/3b-, $\varphi \circ \varphi$ est l'homothétie de centre Ω' et de rapport $\frac{1}{4}$ de plus $(\varphi \circ \varphi)(A) = I$ donc $\overrightarrow{\Omega'I} = \frac{1}{4}\overrightarrow{\Omega'A}$

signifie que $\overrightarrow{\Omega'I} = \frac{1}{4}\overrightarrow{\Omega'I} + \frac{1}{4}\overrightarrow{IA} \Leftrightarrow \frac{3}{4}\overrightarrow{\Omega'I} = \frac{1}{4}\overrightarrow{IA}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{\Omega'I} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IA}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{\Omega'I} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EI}$ car $I=A * E$.

Or Ω est le centre de gravité du triangle BEO et $I=O*B$ donc $\overrightarrow{\Omega I} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EI}$ par suite $\overrightarrow{\Omega'I} = \overrightarrow{\Omega I}$ signifie que $\Omega' = \Omega$.

Conclusion : le centre de $\varphi \circ \varphi$ est le point Ω.